1. Ⱶ Τ → Р , де Τ така, що Ⱶ ¬ Τ.
2. Ⱶ ¬¬a → a в аксіоматиці Россера.
3. Якщо A,B Ⱶ C і С,D Ⱶ E, то A,B,D Ⱶ E. Довести.
4. P,Q,R Ⱶ (P∧Q)→R. Довести.

1. Ⱶ Τ → Р , де Τ така, що Ⱶ ¬ Τ.

1. Ⱶ (¬P→¬T)→(¬¬T→¬¬P) (ПП IV.1)
2. Ⱶ ¬¬T→¬¬P (МР 1, ¬P→¬T – вивідна)
3. Ⱶ ¬¬P→P (ПП IV.3)
4. Ⱶ ¬¬T→P (Cилогізм 2,3)
5. Ⱶ Τ → Р (Cилогізм 4, ПП IV.2 ).
6. Ⱶ ¬¬a → a в аксіоматиці Россера.
7. ⊢ (¬a → b) → (¬(b ∧ c) → ¬(c ∧ ¬a) (ПП, R3).
8. (¬a → (¬a ∧ ¬a)) → (¬((¬a ∧ ¬a) ∧ c) → ¬(c ∧ ¬a)) (ПП, 1).
9. ⊢ (¬a → (¬a ∧ ¬a)) → (¬((¬a ∧ ¬a) ∧ ¬¬a) → ¬(¬¬a ∧ ¬a)) (ПП, 2).
10. ⊢ ¬а → (¬а ∧ ¬а) (ПП, R1).
11. ¬((¬a ∧ ¬a) ∧ ¬¬a) → ¬(¬¬a ∧ ¬a) =

= ((¬a ∧ ¬a) → ¬a) → (¬¬a → a) (МП, 3,4).

1. ⊢ (¬а ∧ ¬a) → ¬a (ПП, R2).
2. ⊢ ¬¬a → a (МП, 5,6).

3) Якщо A,B Ⱶ C і С,D Ⱶ E, то A,B,D Ⱶ E. Довести.

За теоремою дедукції

⊢ С→(D→E).

Розглянемо послідовність:

A, B, …, C, С→(D→E), D→E, D, E.

Вона є виведенням формули Е із A,B,D.

4. P,Q,R Ⱶ (P∧Q)→R. Довести.

1. P,Q Ⱶ P∧Q (Лема).
2. P∧Q,R Ⱶ P∧Q→R (Лема).
3. P,Q,R Ⱶ P∧Q→R (Завдання 3).